

Institutt for grunnskolelærerutdanning 5.-10. og bachelor i tegnspråk og tolking

Eksamensoppgave i **LGU52003 MATEMATIKK 2 (5-10), EMNE 2**

Faglig kontakt under eksamen: Tore Forbregd^a, Øyvind Lundeby^b, Solomon Tesfamicael^c
Tlf: ^a73 41 26 37 / 92 44 62 36 , ^b73 41 26 28 , ^c46 44 87 86

Eksamensdato: 2. desember 2016

Eksamenstid (fra–til): 09:00–15:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Tillatte hjelpemidler er valgfri kalkulator som ikke kan kommunisere trådløst og valgfri utgave av LK06.

Annen informasjon:

Alle oppgavene skal besvares og svarene begrunnes. Den endelige karakteren vil bygge på en helhetsvurdering av besvarelsen.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 5

Antall sider vedlegg: 4

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig **2-sidig**

sort/hvit **farger**

skal ha flervalgskjema

Kontrollert av:

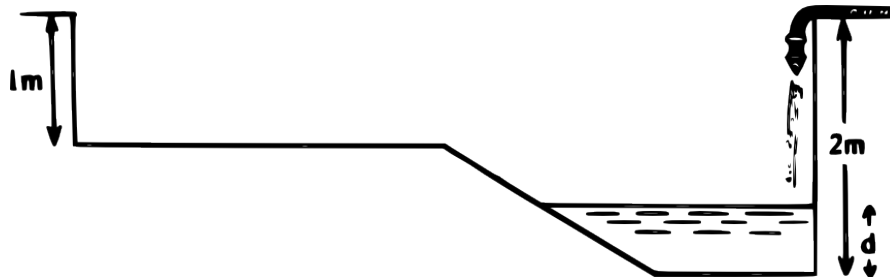
Dato

Sign

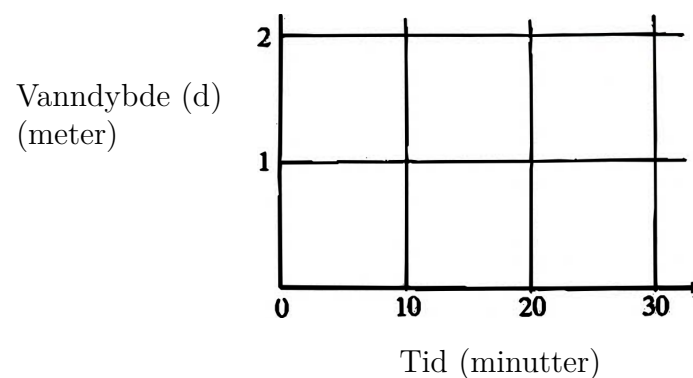
Oppgave 1

Følgende oppgave ble gitt i 9. trinn ved en skole:

Et rektangulært svømmebasseng blir fylt ved hjelp av en vannslange der vanntilførselen er konstant. Under vises et tverrsnitt av svømmebassenget



Skisser grafen som viser hvordan vanddybden (d) i den dype enden av bassenget varierer med tiden, fra tiden det tomme bassenget begynner å fylles. Anta at det tar tretti minutter å fylle bassenget til randen.



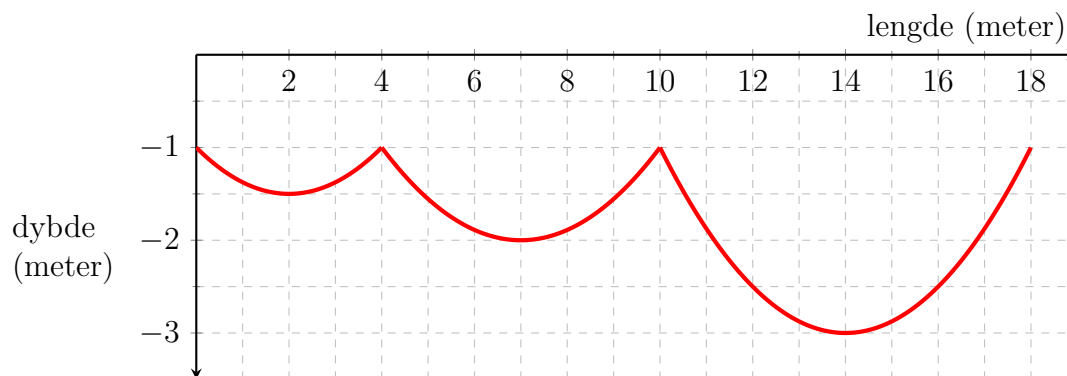
- a) Løs oppgaven selv og gjør rede for hva hensikten av en slik oppgave kan være.

Vedlagt finner du fem elevsvar i arbeidet med denne oppgaven (se vedlegg 1).

- b) Hvilke kvaliteter vil du som lærer fremheve ved elevsvarene?

Frida er lærer i klassen til elevene nevnt over. I arbeidet med oppgaven tegnet Gert, en av elevene, tverrsnittet av et rektangulært basseng (sett ovenfra) der den lengste siden var dobbelt så lang som den korteste. Gert var svært nysgjerrig på hvor mye et slikt basseng rommer. Han var ikke i stand til å finne ut av det.

Frida visste ikke annet råd enn å tegne tverrsnittet av bassenget i GeoGebra og fikk følgende graf og funksjonsuttrykk:



$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x-2)^2 - \frac{3}{2} & 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{1}{9}(x-7)^2 - 2 & 4 \leq x \leq 10 \\ \frac{1}{8}(x-14)^2 - 3 & 10 \leq x \leq 18 \end{cases}$$

- c) Gjør rede for hvordan integralregning kan brukes til å finne volumet av bassenget.
- d) Bestem volumet til bassenget ved hjelp av integralregning.

Oppgave 2

Hege går i 10. trinn på Illsvik ungdomskole. Hvert år skal 10.klassingen ved skolen løpe Illsvikmila (10 km lang løype i kupert terreng). Langs traséen er det plassert kontrollposter som registrerer tiden til deltakerene når de passerer. Disse er plassert etter 2,5, 5 og 7,5 km. Tiden til Hege i mål var nøyaktig 1 time, og under ser du tidene som ble registret ved kontrollpostene:

Post	Tid
2,5 km	18 minutter
5 km	29 minutter og 15 sekunder
7,5 km	43 minutter og 40 sekunder

- a) Benytt informasjonen som er gitt til å lage en graf der du plotter inn punkt-målingene gjort gjennom løpet.
- b) Jorunn, lillesøsteren til Hege, foreslår at funksjonen $f(t) = \frac{10t}{1}$ beskriver løpet til Hege (der t er gitt i timer). Kommenter Jorunns forslag.

Hege brukte en pulsklokke med GPS under løpet som ga henne følgende funksjon for tilbakelagt strekning:

$$s(t) = 6t + 12t^2 - 8t^3, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (\text{der } t \text{ er gitt i timer}).$$

Grafen til denne er vist i vedlegg 2.

- c) Hege sier at hun holdt en større fart i mål enn ved starten av løpet. Kommenter Heges påstand.
- d) Ut fra dataene fra pulsklokken, hva var toppfarten til Hege og når ble den nådd?

Oppgave 3

En bedrift har 80 kunder hvorav sju er misfornøyde med leveransene. Hvis bedriftsledelsen besøker et tilfeldig utvalg av tolv kunder,

- a) Hvor sannsynlig er det at nøyaktig en av de tolv kundene er misfornøyd?
- b) Hvor sannsynlig er det at mer enn to er misfornøyd?

Kari og Linus sitter og jobber med oppgavene over og følgende dialog finner sted:

KARI: Jeg mener at her må man bruke en hypergeometrisk sannsynlighetsfordeling.

LINUS: Jeg er ikke enig. Jeg synes at det er mer korrekt å bruke en binomisk sannsynlighetsfordeling da det er snakk om to typer kunder som enten er fornøyd eller misfornøyd. Dessuten er det ikke med tilbakelegging.

- c) Kommenter dialogen over og gjør rede for hvilken av de to modellene som passer best i den gitte situasjonen.

Marthe selger egg på bondens marked og garanterer at alle hennes kartonger med 12 egg inneholder høyst ett dårlig egg. Hvis en kartong inneholder mer enn ett dårlig egg, vil hun erstatte hele dusinet og la kunden beholde de gode eggene! Marthe antar at sannsynligheten for at et egg er dårlig er 0,05.

- d) Hva er sannsynligheten for at Marthe må erstatte en gitt kartong?

Oppgave 4

Nils får være med sin bestefar på Vestfjorden, midt mellom Henningsvær og Hamarøy, for å fiske torsk. Vekten V av dagens fangst antas å være normalfordelt med forventningsverdi μ kg og standardavvik σ kg.

- a) Anta at forventningsverdien er $\mu = 84$ kg og standardavviket er $\sigma = 21$ kg. Hva er sannsynligheten for at fangsten blir mellom 100 og 115 kg?
- b) Anta nå at forventningsverdien er $\mu = 200$ kg og standardavviket er $\sigma = 40$ kg. Bestemoren til Nils blir skuffet hvis han kommer hjem med mindre enn 180 kg torsk. Hvor sannsynlig er det at hun blir skuffet?

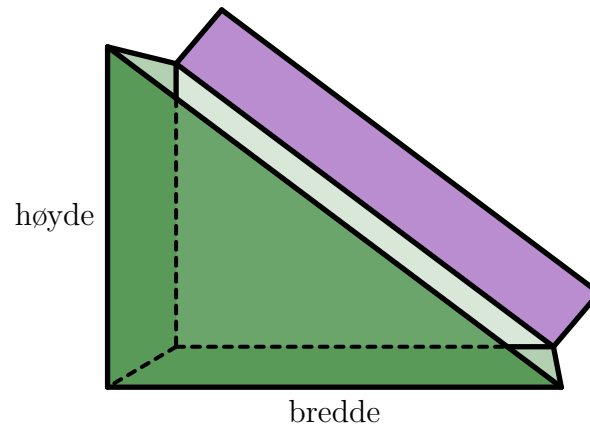
For en standard språktest for ungdomsskoleelever er gjennomsnittresultatet for hele landet $\mu = 125$ og $\sigma = 16,4$. Skoleledelsen i en bestemt by mener imidlertid at elevene i denne byens skoler er bedre enn landsgjennomsnittet. Det tas så et utvalg på $n = 86$ elever fra ungdomsskolene i denne byen. Disse skolene blir vår nye populasjon. Vi lar $\hat{\mu}$ betegne gjennomsnittlig score i denne populasjonen.

Dette leder til testingsituasjonen $H_0 : \hat{\mu} = 125$ mot $H_1 : \hat{\mu} > 125$, der $\sigma = 16,4$ antas kjent og utvalget består av de $n = 86$ elevene. Resultatet blir et gjennomsnitt $\bar{X} = 128,5$ for de 86 elevene.

- c) Utfør hypotesetesten ved 5% signifikansnivå, og formuler konklusjonen av testen med ord.

Oppgave 5

Skolebedriften Origami ønsker å lage en gaveeske i papir formet som en trekantet prisme. Av estetiske årsaker ønsker de at trekanten skal være en rettvinklet trekant slik at bredde : høyde = 4 : 3 (se figur 1).



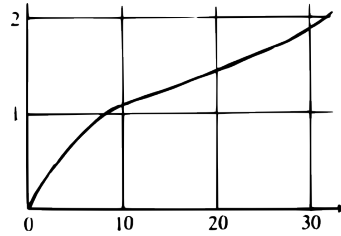
Figur 1: Gaveesken (grønn) med lokk (lilla).

Materialet som benyttes til esken uten lokk koster 1 kr/cm^2 mens materialet til lokket koster $\frac{1}{5} \text{ kr/cm}^2$ (farget henholdsvis som grønn og lilla i figur 1). I tillegg er det bestemt at volumet til esken skal være 18000 cm^3 .

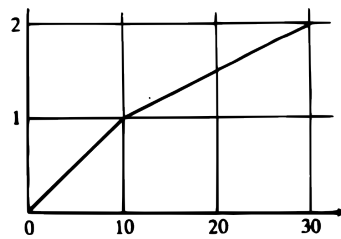
Bestem størrelsen på esken som minimerer materialkostnadene.

Vedlegg 1

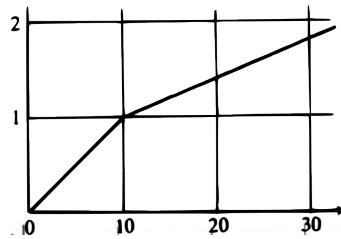
Aslak



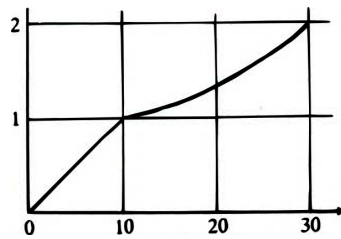
Bente



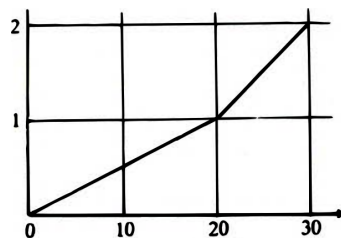
Christoffer



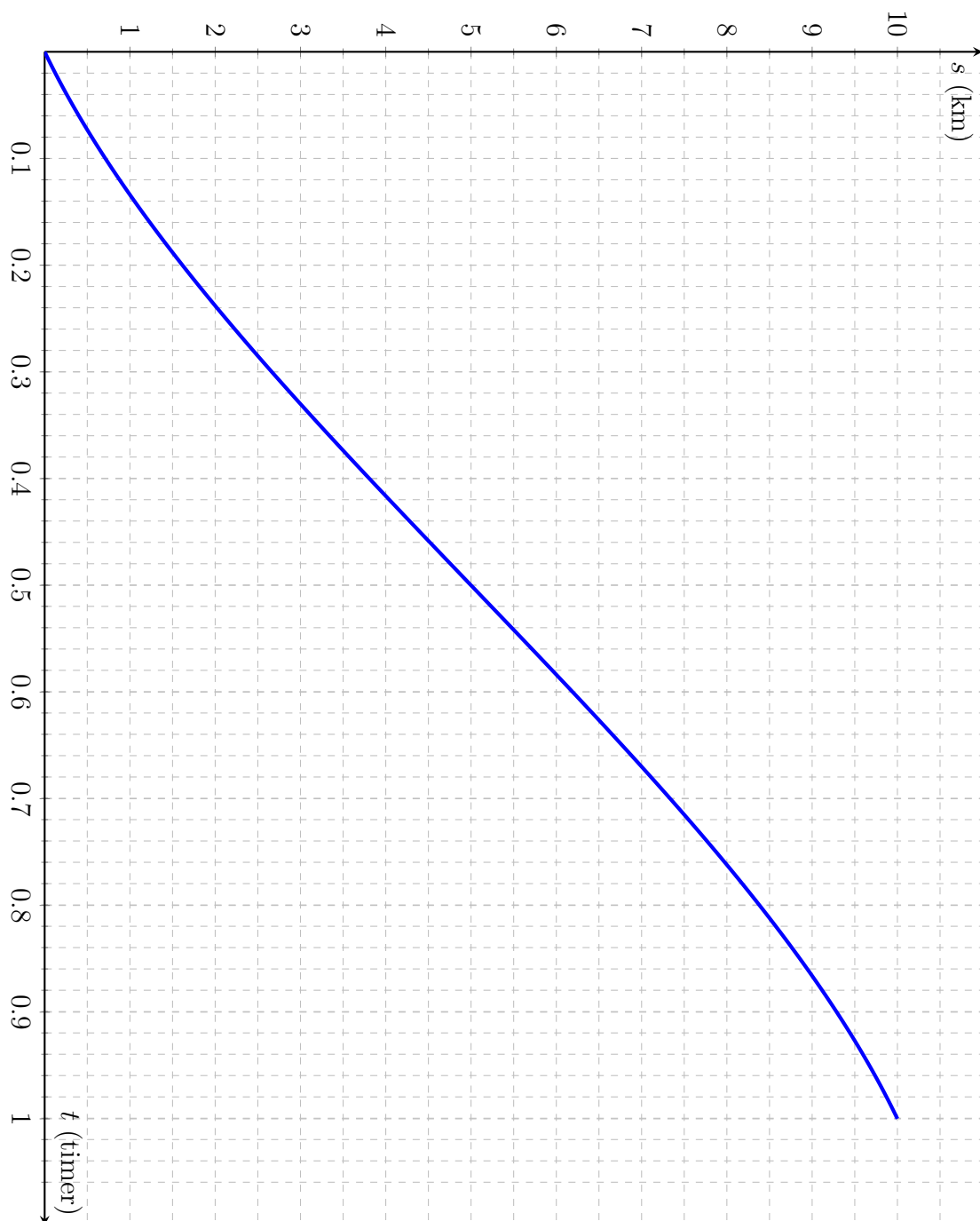
Dina



Edgard



Vedlegg 2



Vedlegg 3

Formelark for sannsynlighetsregning og statistikk

Binomialkoeffisient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Addisjonssetningen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Definisjon av betinget sannsynlighet

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Bayes formel

$$P(A | B) = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B)} = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B | A)P(A) + P(B | \bar{A})P(\bar{A})}$$

Forventning, varians og standardavvik for en stokastisk variabel X

$$\begin{aligned}\mu &= E(X) = \sum_{\text{alle } x_i} x_i \cdot P(X = x_i) \\ \sigma^2 &= \text{Var}(X) = \sum_{\text{alle } x_i} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i) \\ \sigma &= \sqrt{\text{Var}(X)}\end{aligned}$$

Hypergeometrisk fordeling

$$P(X = x) = \frac{\binom{S}{x} \binom{N-S}{n-x}}{\binom{N}{n}}, \quad E(X) = np, \quad \text{Var}(X) = np(1-p) \frac{N-n}{N-1}$$

der $p = S/N$.

Binomisk fordeling

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad E(X) = np, \quad \text{Var}(X) = np(1-p)$$

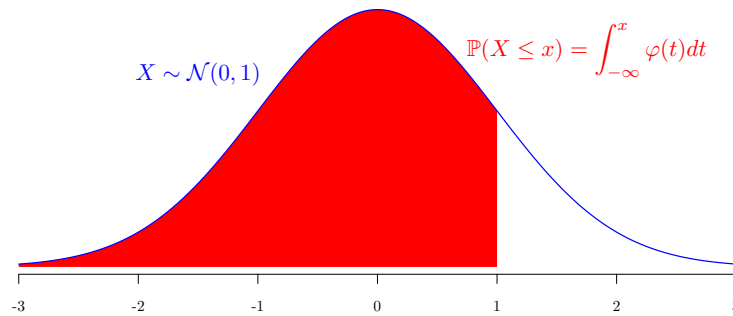
Dersom X er normalfordelt med forventning μ og varians σ^2 , og

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

så er Z normalfordelt med forventning 0 og varians 1.

Vedlegg 4

Standard normalfordeling



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990